



## Wykorzystanie przestrzennego automatu deterministycznego do symulowania obniżeń terenu spowodowanych podziemną eksploatacją

### Application of the spatial deterministic automaton to simulate area subsidences caused by underground exploitation

Dr inż. Paweł Sikora<sup>\*)</sup>

**Treść:** W pracy przedstawiono rozwinięcie koncepcji budowy płaskiego modelu górotworu zbudowanego w oparciu o teorię automatów komórkowych do podstawowego modelu trójwymiarowego, a także pokazano podstawową zależność matematyczną wiążącą przyjęte, odwzorowywane w rzeczywistości, wymiary komórki, wartość maksymalnego obniżenia z głębokością eksploatacji oraz maksymalnym nachyleniem niecki na powierzchni modelu dla niecki nadpełnej.

**Abstract:** This paper presents the expansion of the building concept from the 2-dimensional rock mass model to the 3-dimensional model on the basis of the cellular automata theory. The author presents the basic formula describing the relation between maximum subsidence, depth of exploitation, cell dimensions and maximum inclination, all remapped in reality for the full subsidence through.

#### Słowa kluczowe:

obniżenia, górotwór, automat komórkowy

#### Key words:

subsidences, rock mass, cellular automata

## 1. Wprowadzenie

Automaty komórkowe mogą być stosowane wszędzie tam, gdzie jest możliwe określenie równoważności między oczekiwanym rezultatem i oczekiwanym zachowaniem pewnego układu. Wykorzystanie teorii automatów komórkowych do opisu rozkładu obniżeń w górotworze wskutek podziemnej eksploatacji pozwala otrzymać profil niecki obniżeniowej zgodny z kształtem obserwowanym w rzeczywistości [4]. Przestrzeń każdego automatu komórkowego stanowi siatka komórek, które ściśle do siebie przylegają oraz gdzie każda z komórek ma jednakowy kształt i rozmiar. W dotychczas rozpatrywanych przypadkach [1] [4] [5] [6] stosowana była siatka dwuwymiarowa, odzwierciedlająca płaski przekrój przez górotwór. Autorzy wykazali przydatność teorii automatów komórkowych do symulowania obniżeń górotworu, uwzględniając m.in. wpływ nachylenia pokładu na rozkład deformacji na powierzchni, wpływ nieliniowych własności sumowania się wpływów górniczych oraz wpływ niejednorodnej budowy górotworu na rozkład obniżeń.

W opracowaniu autor przedstawił koncepcję budowy przestrzennego modelu górotworu zbudowanego w oparciu o teorię automatów komórkowych oraz podstawową zależność pozwalającą na praktyczne stosowanie tego modelu.

## 2. Budowa siatki trójwymiarowego modelu górotworu jako skończonego automatu komórkowego. Funkcja przejścia

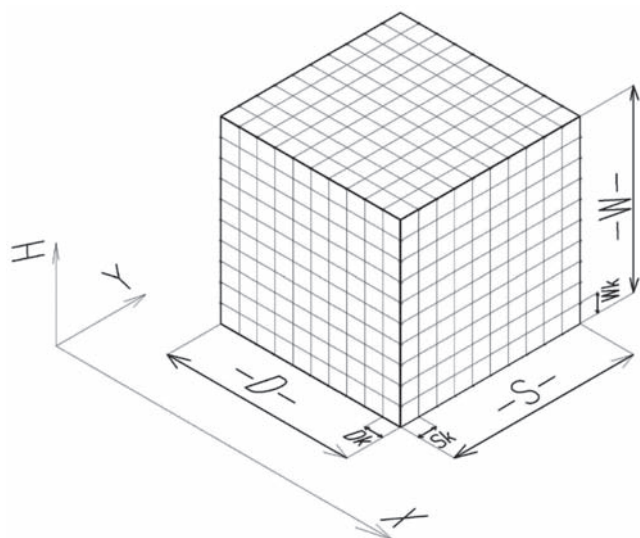
W oparciu o definicję skończonego automatu komórkowego [7] można zbudować podstawowy, trójwymiarowy model górotworu jako jego przekrój poprzez dyskretyzację w postaci regularnej siatki komórek, które ściśle do siebie przylegają i mają jednakowe kształty i wymiary. W siatce można wyróżnić określoną liczbę poziomów  $W$ , wierszy  $S$  i kolumn  $D$ , zgodnie z przykładem przedstawionym na rysunku 1.

Każdej komórce można przypisać jednakowe, odwzorowywane w rzeczywistości wymiary: szerokość  $S_k$ , długość  $D_k$  oraz wysokość  $W_k$ .

Odwzorowanie pokładu w przestrzennej siatce automatu polega na przypisaniu odpowiednim komórkom, które odwzorowują rzeczywiste położenie w górotworze, wartości powstałego obniżenia, tj. wartości wysokości furty eksploatacyjnej pomnożonej przez współczynnik eksploatacji  $a$ . Dokładność odwzorowania pokładu zależy od przyjętych wymiarów komórek. Przykład fragmentu siatki automatu z wyróżnionymi komórkami odwzorowującymi poziomo zalegający pokład przedstawiono na rysunku 2. Podobnie możliwe jest odwzorowanie pokładów nachylonych.

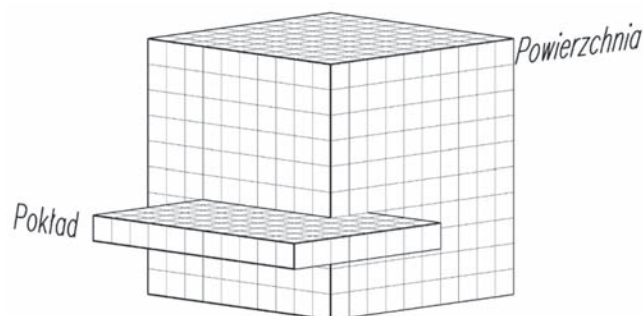
W modelu przestrzennym, podobnie jak w modelu płaskim, symulowany jest wypływ objętości do powstałej pustki poeksploatacyjnej, który odbywa się, w najprostszym ujęciu, poprzez bezstratny rozkład wartości obniżenia z każdej komórki, w kolejnych iteracjach, do komórek z tzw. sąsiedztwa

<sup>\*)</sup> Politechnika Śląska, Gliwice



Rys. 1. Przestrzenna siatka automatu komórkowego o określonej liczbie wierszy (W) i kolumn (D x S). Komórkom można przypisać odwzorowywane w rzeczywistości wymiary: długość (Dk), szerokość (Sk) oraz wysokość (Wk)

Fig. 1. Spatial web of the cellular automata with the determined number of rows (W) and columns (D x S). Individual cells can be ascribed with real dimensions: length (Dk), width (Sk) and height (Wk)



Rys. 2. Przykład fragmentu siatki komórek z wyróżnionym poziomem odwzorowującym poziomo zalegający pokład

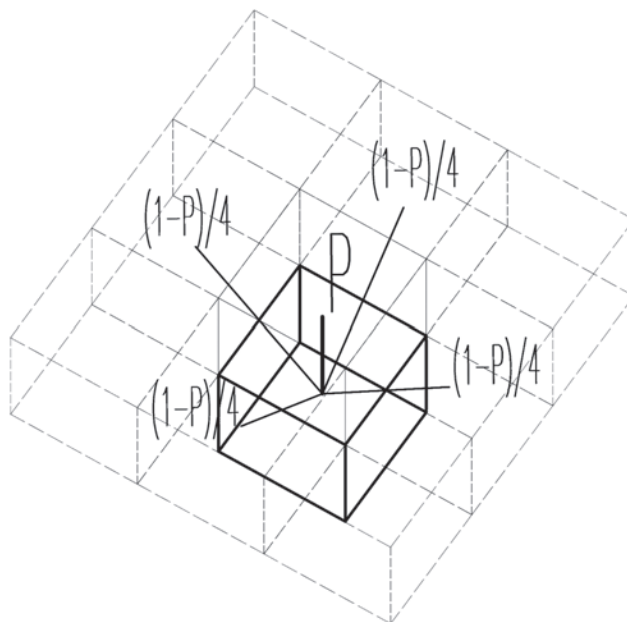
Fig. 2. Example of the part of cellular automata's web with distinguished level that remaps the horizontal bed

komórkowego w określonych proporcjach. W wyniku symulacji otrzymuje się wartości obniżen w całej siatce modelu.

Przez pojęcie sąsiedztwa komórkowego rozumie się najbliższe otoczenie danej komórki, która podlega ewaluacji (jest to tzw. komórka bazowa), w obrębie którego dochodzi do wymiany informacji (częstkowej ewaluacji całego modelu). W opisywanym modelu sąsiedztwo danej komórki bazowej ograniczone zostało do 5 komórek zalegających w wierszu powyżej danej komórki i mających styczność z tą komórką na górnych krawędziach (rysunek 3).

Przyjęta funkcja rozkładu charakteryzuje się parametrem  $P$ , który określa częściowy „wplyw” objętości z danej komórki bazowej do komórki zalegającej bezpośrednio nad nią (na wyższym poziomie). Pozostała część obniżenia przypisana komórce bazowej przekazywana jest równomiernie do pozostałych komórek z otoczenia komórkowego.

Przyjęto na początku, że wartość przejścia głównego  $P$  dla modelu przestrzennego wyniesie 0,5, co wynika z charaktery-



Rys. 3. Charakterystyka funkcji rozkładu z komórki bazowej do komórek z przyjętego sąsiedztwa komórkowego

Fig. 3. Characteristics of the distribution function from the base cell to the cells from the determined neighbourhood

styki podstawowej funkcji przejścia dla modelu płaskiego [4], która z kolei wynikała z granicznych wartości prawdopodobieństw przejść wyznaczonych dla modelu ośrodka sypanego przez J. Litwiniszyna [3].

### 3. Podstawowa charakterystyka dla eksploatacji pokładowej

Wyznaczanie wartości obniżen oraz nachyleń na podstawie analizy siatki, w której dokonano symulacji obniżen górotworu, wiąże się z przypisaniem komórce automatu konkretnych wartości mierzalnych: (wysokości  $W_k$ , szerokości  $S_k$  oraz długości  $D_k$ ). Od ich wzajemnej relacji zależy charakterystyka symulowanego rozkładu deformacji wewnątrz górotworu.

Wykonano wiele symulacji eksploatacji abstrakcyjnych pokładów, w wyniku których wyznaczano wartość maksymalnego nachylenia  $T_{max}$  spośród wszystkich wartości w tablicy nachyleń na poziomie w siatce automatu odpowiadającym powierzchni terenu. W każdym przypadku parametry takie jak: głębokość eksploatacji  $H$ , wymiary wyrobiska, wymiary komórki  $D_k$ ,  $S_k$  oraz  $W_k$  były tak dobierane, aby w rezultacie, na powierzchni modelu, powstała nieka nadpełna.

Wartość nachylenia  $T$  wyznaczana była jako stosunek różnicy wartości obniżen dwóch sąsiednich komórek  $\Delta w_k$  do odległości między nimi – zarówno wzdłuż osi X jak i Y. W tabeli 1 zestawiono wybrane przykłady wyników symulacji dla zadanych parametrów przy stałej wartości  $P=0,5$ .

W oparciu o wyniki symulacji (tabela 1) określono podstawową zależność wiążącą wymiary komórki, głębokość eksploatacji, wartość maksymalnego obniżenia  $ag$  z maksymalnym nachyleniem  $T_{max}$  wzdłuż osi X (wzór 1) i tworzonej nadpełnej niecki obniżeniowej.

$$T_{\max(X)} = A \frac{ag}{H} \left( \frac{W_k}{D_k} \right) \left( \frac{W_k}{H} \right)^{-0,5} \frac{mm}{m} \quad (1)$$

gdzie  $A$  – parametr dopasowania.

**Tabela 1. Wartości parametru Tmax [mm/m] uzyskane dla zadanych warunków eksploatacyjnych z uwzględnieniem różnych wymiarów komórek oraz różnych głębokości eksploatacji przy stałej wartości P=0,5.**  
**Table 1. Values of the parameter Tmax (mm/m) obtained from simulations for the determined exploitation conditions including different dimensions of cells and different depth of exploitation by constant value P = 0,5**

$H, m$		$W_k / S_k / D_k, m$				
		40 / 5 / 5	10 / 10 / 10	5 / 10 / 5	5 / 10 / 10	5 / 5 / 5
400	Tmax <sub>x</sub>	54,4	12,8	9	18	18
	Tmax <sub>y</sub>	54,4	12,8	9	9	18
800	Tmax <sub>x</sub>	36,8	9	6,4	6,4	12,8
	Tmax <sub>y</sub>	36,8	9	12,8	6,4	12,8
1200	Tmax <sub>x</sub>	29,8	7,3	10,4	5,2	10,3
	Tmax <sub>y</sub>	29,8	7,3	5,2	5,2	10,3

Analogicznie zmieniając we wzorze 1 parametr  $D_k$  na  $S_k$  można obliczyć wartość maksymalnego nachylenia wzdłuż osi Y.

Otrzymana zależność (dla danego kierunku obliczeniowego) jest podobna do tej wyznaczonej dla modelu płaskiego [4]. W przypadku modelu dwuwymiarowego wartość parametru dopasowania  $A$  dla przyjętej wartości parametru  $P=0,5$  wynosiła 0,563, natomiast dla modelu przestrzennego ( $P=0,5$ )  $A=0,665$ , co wynika z innej charakterystyki rozkładu obniżek dla przyjętej funkcji rozkładu uzależnionej od wartości przejścia głównego  $P$ .

Maksymalna wartość nachylenia  $Tmax_{S,D}$  w danej komórce położonej na danym poziomie w wierszu  $S$  i kolumnie  $D$  będzie równa sumie maksymalnego nachylenia w tej komórce liczonego wzdłuż osi  $X$  oraz  $Y$  (wzór 2).

$$T_{max_{S,D}} = \sqrt{(T_{x,S,D})^2 + (T_{y,S,D})^2} \tag{2}$$

Dla tak przyjętego modelu obowiązują pozostałe zależności przyjęte dla podstawowego modelu płaskiego, tj. współczynnik maksymalnego nachylenia  $aT$ , stałość funkcji rozkładu dla różnych wymiarów komórek przy stałej wartości  $Tmax$ ,  $ag$  i  $H$ , czy też zmiana wartości parametru promienia zasięgu wpływów  $r$  w zależności od poziomu obliczeniowego.

W przypadku symulacji rozkładu obniżek uwzględniającego różne wartości przejścia głównego  $P$  także możliwe jest opisanie podstawowej charakterystyki modelu. Współczynnik dopasowania  $A$  (wzór 1 i 2) w zależności od wartości parametru  $P$  można opisać z dużą dokładnością zależnością wielomianową. Na rysunku 4 przedstawiono wyznaczone

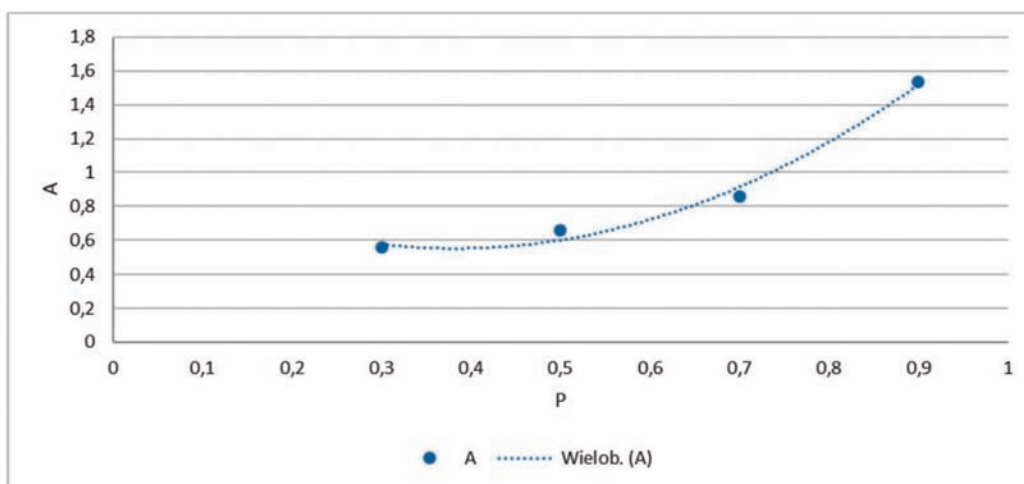
wartości parametru  $A$  dla różnych symulacji różniących się przyjętą wartością przejścia głównego oraz linię trendu (linia kropkowana) w postaci wielomianu 2 stopnia, dla którego współczynnik determinacji  $R^2 = 0,987$ .

W przypadku przedstawionego na rysunku 4 dopasowania współczynnik dopasowania  $A$  przyjmuje postać (wzór 3)

$$A = 4,506P^2 - 3,442P + 1,335 \tag{3}$$

#### 4. Przykład rozkładu obniżek na powierzchni modelu w porównaniu do rozkładu opartego na wzorze S. Knothego

Rozkład obniżek w przestrzennym modelu górotworu jako deterministyczny automat skończony polega, zgodnie z podstawową definicją automatu komórkowego, na jednoczesnej ewaluacji wszystkich komórek. W języku programowania zadanie to wykonywane jest poprzez zastosowanie pętli programowej. W tym przypadku pętla poddaje jednakowej ewaluacji wszystkie komórki na danym poziomie, począwszy od najniższego poziomu w kierunku poziomu odwzorowującego powierzchnię. Poniżej przedstawiono przykład pętli programowej, na przykładzie języka programowania Visual Basic. NET, w którym wykonywana jest ta sama procedura (funkcja przejścia) dla każdej komórki wzdłuż osi  $X$  w każdym wierszu wzdłuż osi  $Y$  poziom po poziomie  $H$ . Rozmiar siatki automatu dostosowany jest do przyjętych, odwzorowywanych w rzeczywistości, wymiarów komórek.

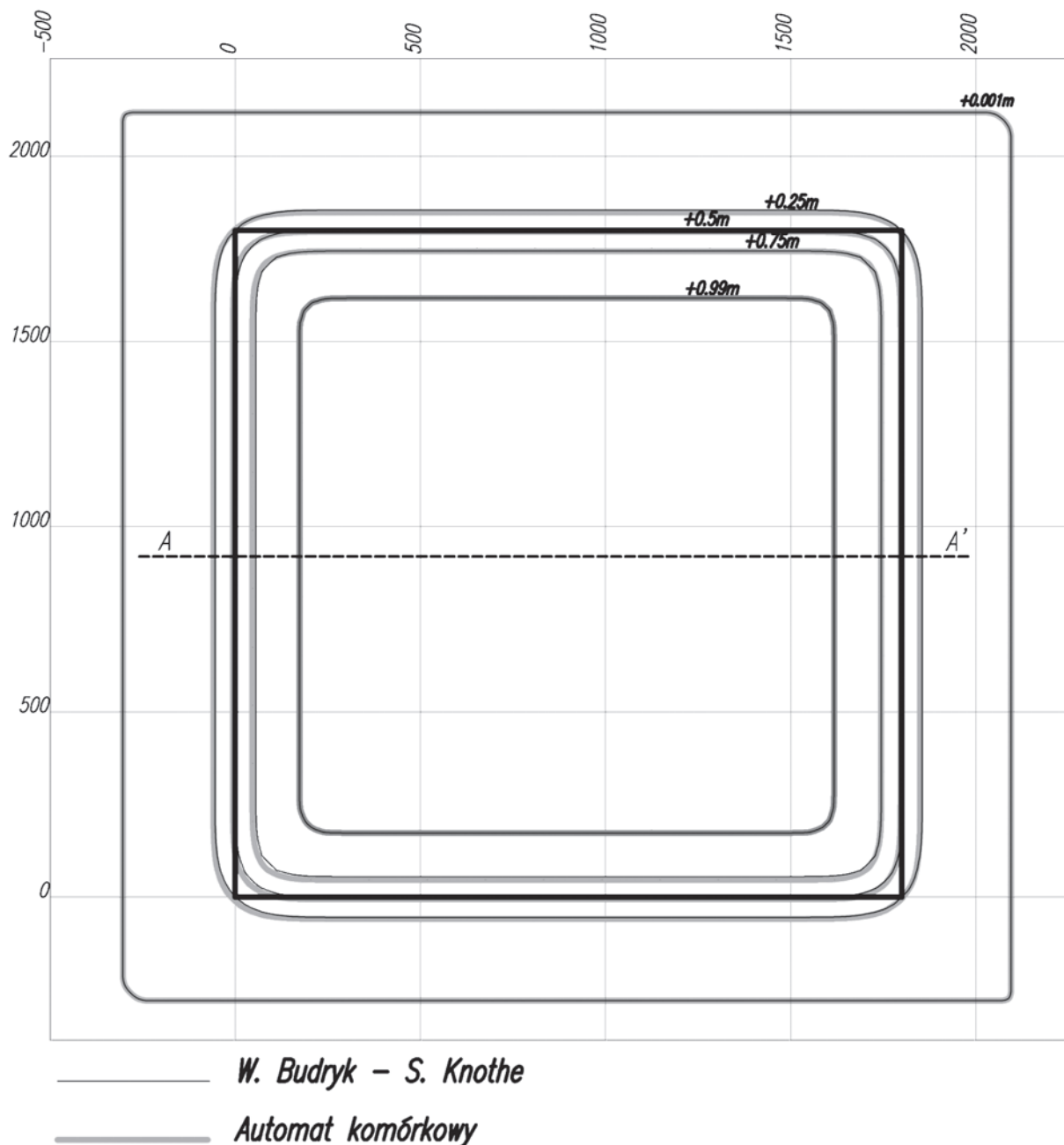


**Rys. 4. Zależność parametru A w zależności od różnych wartości przejścia głównego P**  
**Fig. 4. Dependence of the parameter A in relation to different values of the main transition P**

For  $h = 1$  to  $H/Wk$   
 For  $s = 1$  to  $S/Sk$   
 For  $d = 1$  to  $D/Dk$   
 'funkcja rozkładu'  
 Next  $d$   
 Next  $s$   
 Next  $h$

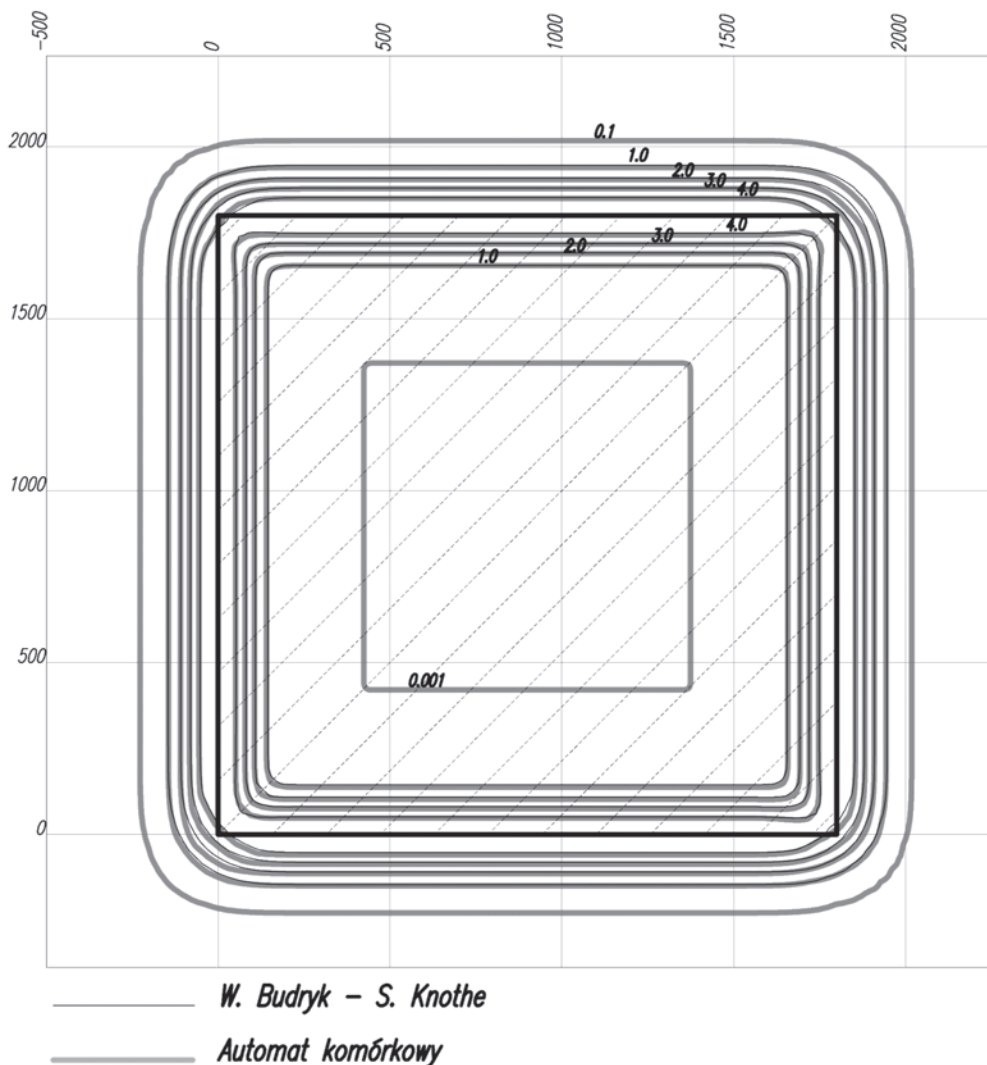
Wyniki symulacji rejestrowane są w pamięci komputera. Budowa modelu pozwala na analizę rozkładu obniżeń na każdym poziomie (głębokości) modelu. Wizualizacja wyników może być wykonana na wiele sposobów, jednym z nich jest zapis wyników w postaci siatki do formatu pliku GRD programu Surfer.

Dla pokazania możliwości przedstawionego modelu wykonano symulację rozkładu obniżeń abstrakcyjnej parceli o kształcie kwadratu o wymiarach 1800 x 1800 m zalegającego na głębokości 400 m. Przyjęto wysokość furty eksploatacyjnej  $g = 1000$  mm oraz wartość współczynnika kierowania stropem  $a = 1$ . Do symulacji przyjęto wartość parametru  $aT = 2,0$  (parametr  $aT$  odpowiada parametrowi  $tg\beta$  we wzorze S. Knothego). Dla przyjętych wymiarów komórek liczba poziomów  $h$  w modelu wynosiła 16. Dla porównania wykonano także symulację obniżeń z wykorzystaniem wzoru S. Knothego. Wyniki, w postaci map warstwicowych przedstawiono na rysunku 5 (mapa warstwicowa obniżeń) i rysunku 6 (mapa warstwicowa nachyleń).



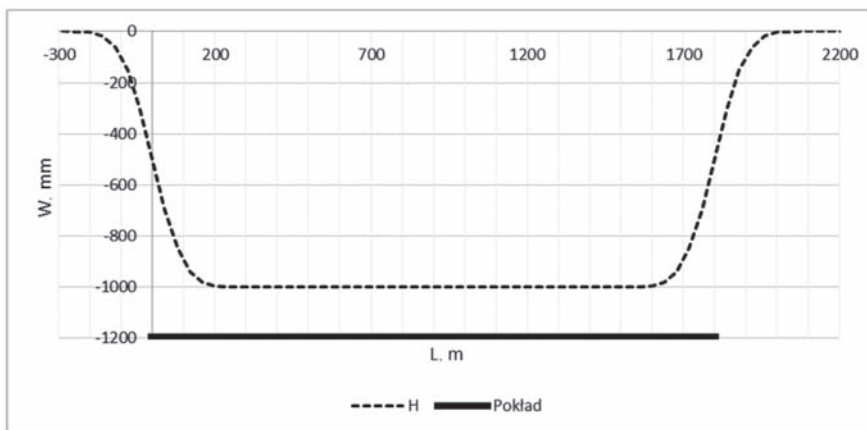
Rys. 5. Obniżenia [m] na powierzchni modelu wyznaczone na podstawie symulacji z wykorzystaniem teorii automatów komórkowych na tle konturów abstrakcyjnej parceli w porównaniu z obniżeniami wyznaczonymi modelem wzorcowym z wykorzystaniem teorii W. Budryka - S. Knothego

Fig. 5. Subsidence [m] on the model's surface calculated on the basis of the simulation result. Except borders of the virtual longwall, the picture presents contour lines of subsidence for the cellular automata method in comparison with the W. Budryk-S. Knothe theory



Rys. 6. Nachylenia [mm/m] na powierzchni modelu wyznaczone na podstawie wyników symulacji obniżen z wykorzystaniem teorii automatów komórkowych na tle konturów abstrakcyjnej parceli w porównaniu z nachyleniami wyznaczonymi modelem wzorcowym z wykorzystaniem teorii W. Budryka - S. Knothe

Fig. 6. Inclinations [m] on the model's surface calculated on the basis of the subsidence simulation result. Except borders of the virtual longwall, the picture presents contour lines of inclinations for the cellular automata method in comparison with the W. Budryk-S. Knothe theory



Rys. 7. Wyinterpolowana niecka obniżeniowa w przekroju poprzecznym A-A' (rysunek 5) przechodzącym przez środek abstrakcyjnej parceli

Fig. 7. Interpolated subsidence trough in the transversal sectional view (fig. 5) crossing the center of the virtual longwall

Stosując interpolację wielomianową w siatce obniżen, można otrzymać wartość obniżenia lub nachylenia w dowolnym punkcie. Możliwa jest m.in. interpolacja linii przekroju przez siatkę. Na rysunku 7 przedstawiono poprzeczny przekrój A-A' (rysunek 5) przechodzący przez środek opisanej w przykładzie ściany.

Jak wynika z przedstawionego przykładu otrzymane wyniki symulacji obniżen górotworu są zbliżone z wynikami otrzymanymi na podstawie obliczeń wykonanych z wykorzystaniem wzoru S. Knotheho [2]. Wyinterpolowany przekrój przez siatkę automatu przedstawia profil niecki obniżeniowej o kształcie opisywanym przez całkę z funkcji Gaussa. Maksymalna wartość nachylenia  $T_{max}$  otrzymana w wyniku symulacji obniżen w automacie komórkowym, dla przyjętych parametrów, jest zgodna z wartością teoretyczną wynikającą z wzoru S. Knotheho  $T_{maxT}$  wyznaczoną z zależności (wzór 4)

$$T_{maxT} = \frac{a \cdot g \cdot \operatorname{tg}\beta}{H} = 5,0, \frac{mm}{m} \quad (4)$$

## 5. Podsumowanie

W pracy przedstawiono koncepcję budowy podstawowego, przestrzennego modelu górotworu jako skończonego automatu deterministycznego. Wywodzi się ona z opisanej wcześniej koncepcji budowy modelu płaskiego.

W wyniku przeprowadzonych symulacji wyznaczono podstawową zależność opisującą relacje między wymiarami komórki, głębokością eksploatacji, wartością maksymalnego obniżenia z maksymalnym nachyleniem tworzonej nadpełnej niecki obniżeniowej. Zależność jest podobna do tej wyznaczonej dla modelu płaskiego, jednak ze względu na charakterystykę rozkładu obniżen w modelu uzależnioną od przyjętej funkcji rozkładu opartej na wartości przejścia głównego  $P$  charakterystyki nieznacznie się różnią.

W wyniku przeprowadzonej przykładowej symulacji obniżen górotworu uzyskano dane, w postaci siatki regularnych komórek z wartościami obniżen, pozwalające na dowolną

wizualizację wskaźników deformacji. W pracy wyniki symulacji przedstawiono w postaci map warstwowych obniżen i nachyleń powierzchni modelu. Interpolacja danych pozwala otrzymać dowolny profil niecki, na dowolnym poziomie (głębokości w modelu), o kształcie zgodnym z niecką wyznaczoną ze wzoru S. Knotheho [2].

Podsumowując, należy zauważyć, że przedstawiony w pracy przestrzenny model górotworu, podobnie jak wcześniej płaski, ma ogromny potencjał dalszego rozwoju. Algorytm stosowany w przedstawionym rozwiązaniu jest niezwykle prosty i nie wymaga specjalnej wiedzy matematycznej, aby go stosować. W wyniku działania algorytmu można otrzymać rozkład obniżen w całej, przestrzennej siatce automatu. Utrudnieniem w praktycznym wykorzystywaniu modelu jest konieczność stosowania komputerów o stosunkowo dużej mocy obliczeniowej.

## 6. Literatura

1. *Bialek J., Sikora P.*: Symulacja wpływu nachylenia pokładu i szczeliny uskokowej na rozkład obniżen za pomocą metody automatów komórkowych, „Przeгляд Górniczy”, 2012, nr 8, s. 160-165.
2. *Knothe S.*: Równanie profilu ostatecznie wykształconej niecki osiadania. Archiwum Górnicztwa i Hutnictwa, t. I, z. 1, 1953.
3. *Litwiniyszyn J.*: Przemieszczenia górotworu w świetle teorii prawdopodobieństwa. Archiwum Górnicztwa i Hutnictwa 1954, t. 2, z. 1.
4. *Sikora P.*: Wykorzystanie deterministycznego automatu skończonego do wyznaczania profilu linii obniżen terenu spowodowanych podziemną eksploatacją. „Przeгляд Górniczy” 2010, nr 10, s. 141-143.
5. *Sikora P.*: Opis obniżen górotworu pod wpływem podziemnej eksploatacji z wykorzystaniem teorii automatów komórkowych. Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 2011.
6. *Sikora P.*: Wpływ nieliniowego sumowania wpływów na kształt profilu niecki obniżeniowej opisywanej przez deterministyczny model górotworu zbudowany w oparciu o teorię automatów komórkowych, „Przeгляд Górniczy” 2013, nr 8, s. 195-199.
7. *Wolfram S.*, Universality and complexity in cellular automata, *Physica D*, 10:1-35, 1984.